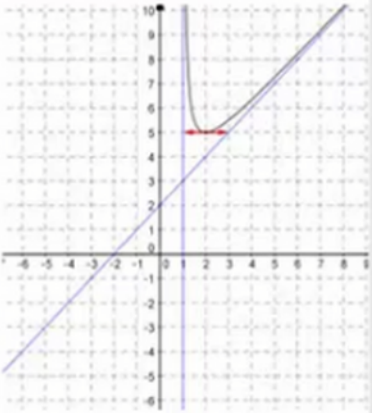
Exercice n°2: On a représenté dans un repère orthonormé R, une partie de la courbe C d'une fonction f définie sur $IR \setminus \{1\}$ par $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+d}$



1°/ a) Monter que $f(x) = x + 2 + \dfrac{1}{x-1}$

b) Dresser le tableau de variation de f et achever le traçage de C_f dans le même repère R.

c) Monter que $A(1,3)$ est un centre de symétrie de C_f.

d) Déterminer l'ensemble

$$E = \left\{ M\left(m-1, m+1+\frac{1}{m-2}\right), \text{ m varie dans }]2,+\infty[\right\}$$

2) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$

a) Dresser le tableau de variation de g

b) Montrer que pour tout

$$x \neq 1, g(x) - f(x) = \frac{(x^2-2x)(x^2-x+1)}{x-1}$$

c) En déduire la position relative de C_f par rapport à Cg

d) Tracer, avec une autre couleur, Cg dans le même repère R.

3°/ Soit la fonction h définie par $h(x) = -x + 5 - \dfrac{1}{x-2}$

a) Vérifier que $h(x) = f(3-x)$

b) Montrer que C_h et C_f sont symétriques par rapport à la droite $\Delta : x = \dfrac{3}{2}$ et tracer C_h dans le même repère avec une couleur différente.

TAKIACADEMY.COM
" JAMAIS PLUS SIMPLE "

Exercice n°2

1°/a) Soit la droite $D : y = ax + b$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) - (ax+b) = \lim_{x \to +\infty} \frac{c}{x+1} = 0$

$D : y = ax + b$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$

$I(0,2) \in D$; $J(-2,0) \in D$.

$a = \frac{y_J - y_I}{x_J - x_I} = \frac{0-2}{-2-0} = 1 \Rightarrow a = 1$

$I(0,2) \in D \Leftrightarrow 2 = a \times 0 + b \Rightarrow b = 2$

Ainsi la droite $D : y = x + 2$ donc

$\Leftrightarrow 2 + 2 + \frac{c}{2-1} = 5$

$\Leftrightarrow \frac{c}{1} = 1 \Rightarrow c = 1$

d'où $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$.

b) f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ et

$f'(x) = 1 + \frac{-1}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗		↘	‖	↘		↗	$+\infty$

$\lim_{-\infty} f(x) = \lim_{-\infty} x + 2 + \frac{1}{x-1}$

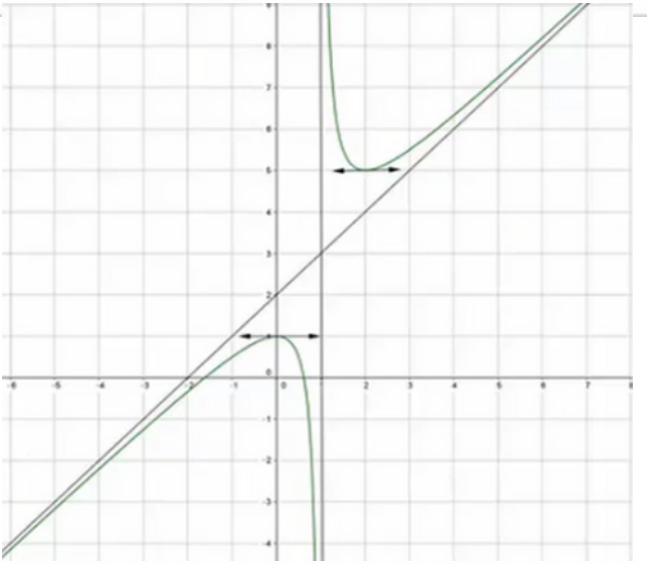
15 Octobre immeuble yesmine
Carrefour souk ahad Sousse
E-mail: contact@t
Web : www.takiac

Academy
TAKIACADEMY.COM
" JAMAIS PLUS SIMPLE "

x	-1^+
$x-1$	$-\ \|\|\ +$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} x + 2 + \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} x + 2 + \frac{1}{x-1} = -\infty$$



c/ $A(1,3)$ $\quad a_1 = 1 \quad b_1 = 3$

$2a_1 - x = 2 - x \ ; \quad 2b = 6$

- $\forall x \in D_f \ ; \quad 2 - x \in D_f$
- $f(2a_1 - x) + f(x) = 2b_1$

$x \in D_f \Leftrightarrow x \neq 1 \Leftrightarrow -x \neq -1$

$\Leftrightarrow 2 - x \neq 1$

$\Leftrightarrow 2 - x \in D_f$.

$$f(2-x) + f(x) = (2-x) + 2 + \frac{1}{(2-x)-1} + x + 2 + \frac{1}{x-1}$$

$$= 6 + \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x-1} = 6 = 2b_1$$

Ainsi $A(1,3)$ est un centre de sym de C_f

15 Octobre immeuble yesmine
Carrefour souk ahad Sousse
E-mail: contact@ta
Web : www.takiaca

Academy
TAKIACADEMY.COM

d) On pose $\begin{cases} x = m-1 \\ y = m+1 + \frac{1}{m-2} \\ m > 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = x+1 \\ y = x+2 + \frac{1}{x-1} = f(x) \\ x+1 > 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ y = f(x) \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ E la partie de C_f tel que $x > 1$

2/ $g(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$

a) g dérivable sur $\mathbb{R}$ et $g'(x) = 3x^2 - 4x + 2$

$\Delta' = (-2)^2 - 3(2) = -2 < 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
g	$-\infty$	↗	$+\infty$

$\lim_{-\infty} g(x) = \lim_{-\infty} x^3 = -\infty$

$\lim_{+\infty} g(x) = \lim_{+\infty} x^3 = +\infty$

b) $g(x) - f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + 1 - (x+2) - \frac{1}{x-1}$

$= x^3 - 2x^2 + x - 1 - \frac{1}{x-1}$

$= \frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - x - x^3 + 2x^2 - x + 1 - 1}{x-1}$

$= \frac{x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 2x}{x-1}$

or $(x^2 - 2x)(x^2 - x + 1) = x^4 - x^3 + x^2 - 2x^3 + 2x^2 - 2x$

$= x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 2x$

E-mail: contact@ta

TAKIACADEMY.COM
"JAMAIS PLUS SIMPLE"

3/ $h(x) = -x+5 + \frac{1}{x-2}$

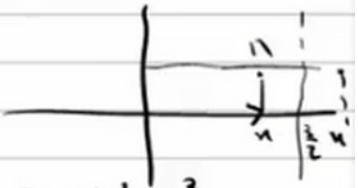
a) $f(3-x) = (3-x) + 2 + \frac{1}{3-x-1}$

$= 5 - x + \frac{1}{2-x} = h(x)$

$= -x + 5 - \frac{1}{x-2}$

$M(x,y) \in \mathcal{P} \quad M'(x',y') = S_\Delta(M)$

$M' = S_\Delta(M) \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 3-x \\ y' = y \end{cases}$



$\frac{x+x'}{2} = \frac{3}{2}$

$x + x' = 3 \Leftrightarrow x' = 3-x$

$M(x,y) \in \mathcal{C}_h \Leftrightarrow y = h(x)$

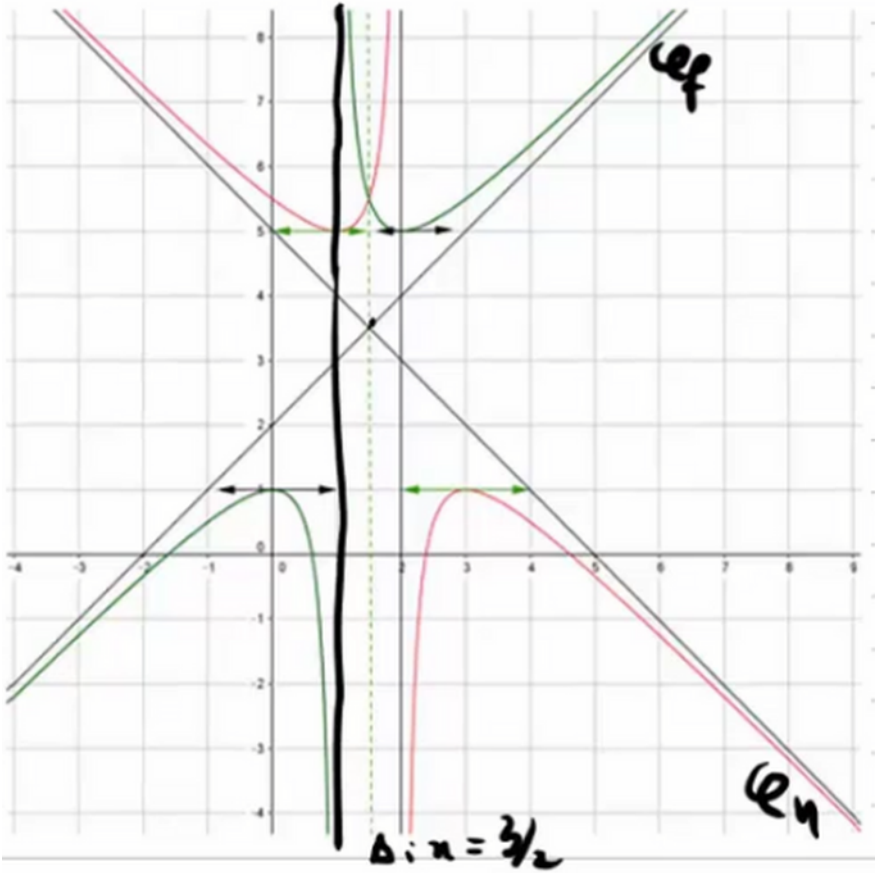
$\Leftrightarrow y' = f(3-x)$

$\Leftrightarrow y' = f(x')$

$\Leftrightarrow M'(x',y') \in \mathcal{C}_f$

$\Leftrightarrow S_\Delta(M) \in \mathcal{C}_f$

d'où $\mathcal{C}_h = S_\Delta(\mathcal{C}_f)$


$\mathcal{C}_f$
$\mathcal{C}_g$
$\Delta : x = 3/2$